

# Übungen zu Mathematik III für Physiker

Prof. Dr. D. Dürr

## Blatt 14

*Informationen zur Klausur:* Die Klausur findet am Freitag, den 14.2.2014, von 12:15 bis 14:15 Uhr statt. Finden Sie sich bitte 15 Minuten vor Klausurbeginn am Ihnen zugewiesenen Raum ein. Die Raumzuteilung finden Sie ab dem 5.2.2014 auf der Vorlesungshomepage. Es sind keine Hilfsmittel zugelassen. Bringen Sie bitte Ihren Studien- und Personalausweis (Führerschein o.Ä.) mit.

### Aufgabe 1:

Diskutieren Sie möglichst ausführlich, aber qualitativ das Vektorfeld und die Integralkurven für das eindimensionale physikalische Pendel

$$m\ddot{x} = -k \sin x.$$

Achten Sie besonders auf die kritischen Punkte des Vektorfeldes.

**Aufgabe 2:** Für eine reelle  $n \times n$  Matrix  $A$  sei auf dem Phasenraum  $\mathbb{R}^n$  die Differentialgleichung  $\dot{x} = Ax$  gegeben. Unter welchen Bedingungen an  $A$  ist der zugehörige Fluss volumenerhaltend? Denken Sie an den Liouvilleschen Satz aus der Hamiltonschen Mechanik.

**Aufgabe 3:** Sei  $D \subset \mathbb{R}^n$  offen,  $f : D \rightarrow \mathbb{R}^n$  stetig partiell differenzierbar und  $\phi$  Lösung von  $\dot{x} = f(x)$ . Man zeige, dass  $\phi$  injektiv, periodisch oder stationär ist.

**Aufgabe 4:** Sei  $\ddot{y} = -\omega^2 y - \gamma \dot{y}$  mit  $\gamma > 0$  und  $4\omega^2 \neq \gamma^2$  gegeben.

- Geben Sie das Vektorfeld an und schreiben Sie es in der Form  $\mathbf{v} = A\mathbf{y} + \mathbf{b}$ .
- Geben Sie den linearen Fluß  $\Phi(t, t_0) = e^{A(t-t_0)}$  an, indem Sie eine Basis finden in der  $A$  diagonal ist. Berechnen Sie explizit die Transformationsmatrix.
- Geben Sie die Lösung  $y(t), t \in \mathbb{R}$  für die Anfangswerte  $y(0) = 5$  und  $\dot{y}(0) = 0$  an.

Falls Korrektur erwünscht, geben Sie das Blatt bitte in der Übungsgruppe, zu der Sie angemeldet sind, ab.

Übungsblätter und Informationen unter:

<http://www.mathematik.uni-muenchen.de/~bohmmech/Teaching/MP3WiSe2013/index.php>