MATHEMATISCHES INSTITUT
DER UNIVERSITÄT MÜNCHEN

SoSe 2013

Übungen zu Mathematik II für Physiker

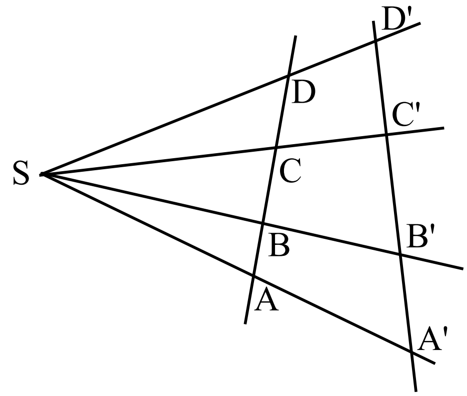
Prof. Dr. D. Dürr

Blatt 1

Aufgabe 1: Man beweise (Siehe Zeichnung):

$$[A, B, C, D] = [A', B', C', D'] \ .$$

Hierbei ist $[A, B, C, D] := \dfrac{\overline{AC} \cdot \overline{DB}}{\overline{AB} \cdot \overline{DC}}$ das Doppelverhältnis.



Hinweis: Benutzen Sie

$$\frac{1}{2} h \overline{AC} = \text{Fläche } (\Delta SAC) = \frac{1}{2} \overline{SA} \cdot \overline{SC} \cdot \sin(\measuredangle ASC)$$

und analoge Aussagen für die anderen von S, A, B und D gebildeten Dreiecke.

Aufgabe 2: Fassen Sie im Folgenden alle geometrischen Begriffe im Sinne der Bolyai-Lobatschewski-Poincaré Halbebene (vgl. Vorlesung) auf und zeigen Sie:

a) Durch zwei beliebige Punkte geht genau eine Gerade.

b) Zu jeder Geraden und jedem Punkt, der nicht auf der Geraden liegt, gibt es unendlich viele parallel Geraden, die diesen Punkt enthalten.

c) Zeichnen Sie ein Dreieck und messen Sie die Winkelsumme (Geodreieck!). Zeichnen Sie ein Dreieck mit Winkelsumme 0.

d) Berechnen Sie den nichteuklidischen Abstand $d(P_1, P_2)$ der Punkte $P_1 = (0, 1)$ und $P_2 = (x, \sqrt{1 - x^2})$, $0 < x < 1$.

Hierzu projizieren Sie die Punkte P_1 und P_2 auf die Grundlinie (Rand der Halbebene) und benennen diese Punkte P_1' bzw. P_2', sowie die Schnittpunkte der Gerade durch P_1 und P_2 mit der Grundlinie A und B. Der nichteuklidische Abstand bestimmt sich nun aus dem Logarithmus des Doppelterältnisses $[A, P_1', P_2', B]$. Was ergibt sich für $x \to 0$?

e) A, B, C seien Punkte auf einer Geraden (nichtentarteter Fall), und B liege zwischen A und C. Zeigen Sie, dass für den nichteuklidischen Abstand $d(A, B) + d(B, C) = d(A, C)$ gilt.

f) Gegeben seien drei beliebige Punkte A, B und C. Konstruieren Sie einen Punkt D, so dass $d(A, B) = d(C, D)$.

Falls Korrektur erwünscht, geben Sie das Blatt bitte in der Übungsgruppe, zu der Sie angemeldet sind, ab.

Übungsblätter und Informationen unter:
http://www.mathematik.uni-muenchen.de/∼bohmmech/Teaching/MP2SoSe2013/index.php