

# Übungen zur Mathematik I für Physiker

Prof. Dr. D. Dürr

## Blatt 2

**Aufgabe 1:** Die Aussage (2) aus Aufgabe 1 von Blatt 1 ist Euklids (Eudoxos) Definition der Proportion. Seien  $X, Y, A, B$  gleichartige Größen, also Strecken, Flächen usw.. Ferner gelte  $X : Y = A : B = c : d$ .

Beweisen Sie die Aussage  $(X + A) : (Y + B) = c : d$

1. unter direkter Zuhilfenahme der Euklidischen Definition.
2. unter Zuhilfenahme der äquivalenten Definition der WW.
3. Zeigen Sie nun diese Aussage für Strecken mit dem Strahlensatz. Sie können hierfür die Gültigkeit der Kongruenzsätze für Dreiecke voraussetzen.

**Aufgabe 2:** Seien  $X, Y, \epsilon$  Strecken und es gelte  $X : Y = A : B$ . Zeigen Sie: Für jedes beliebig kleine  $\epsilon \neq 0$  gilt:  $X + \epsilon : Y \neq A : B$ .

Dazu zeigen Sie

(i) Mit Hilfe des Strahlensatzes: Zu jedem  $\epsilon > 0$  gibt es ein Maß  $e \leq \epsilon$  und eine positive ganze Zahl  $n$  so dass  $Y = ne$ .

(ii) Es gibt eine Strecke  $Z$  die zu  $Y$  kommensurabel ist und für die  $X \leq Z < X + \epsilon$  gilt.

(iii) Benutzen Sie (2) aus Aufgabe 1, um die Aussage zu beweisen.

Überlegen Sie sich, an welchen Stellen Sie auf das Archimedische Axiom zurückgreifen.

*Bemerkung:* Für allgemeine Größen gilt die Aussage ebenfalls, allerdings muss man im Beweis den Euklidischen Algorithmus benutzen.

**Aufgabe 3:** Gegeben seien Strecken  $\overline{SA'} < \overline{SA}$ ,  $\overline{SB'} < \overline{SB}$  und  $\overline{AA'} \parallel \overline{BB'}$ . Man zeige durch Konstruktion mit Hilfe des Strahlensatzes, dass  $\overline{SA} : \overline{SA'} = \overline{SB} : \overline{SB'}$ , d.h. zeigen sie an Hand einer Konstruktion, dass  $WW(SA, SA') = WW(SB, SB')$  gilt. Es reicht dabei aus, wenn Sie hier den Fall  $2\overline{SA'} > \overline{SA}$  betrachten.

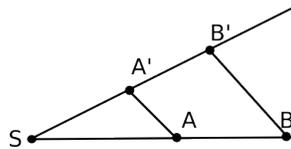


Abbildung 1: Skizze zu Aufgabe 3

**Aufgabe 4:** Zeigen Sie nun wie in Aufgabe 2, diesmal jedoch mit Hilfe der WW: Seien  $X, Y, \epsilon$  Strecken und es gelte  $X : Y = A : B$ . Zeigen Sie: Für jedes beliebig kleine  $\epsilon \neq 0$  gilt:  $X + \epsilon : Y \neq A : B$ . Folgern Sie dies aus  $WW(X + \epsilon, Y) \neq WW(A, B)$ .

*Hinweis:* Nach Satz und Korollar aus der Vorlesung gilt:  $\forall \delta > 0$  existieren Zahlen  $q, p$  sodass  $r_k = pY - qX < \delta$  für  $k$  groß genug.

*Hinweise zum Übungsbetrieb:*

Melden Sie sich bitte, falls noch nicht geschehen, unter:

[www.mathematik.uni-muenchen.de/~bohmmech/Teaching/MP1WS2012/](http://www.mathematik.uni-muenchen.de/~bohmmech/Teaching/MP1WS2012/)

für eine der Übungsgruppen an. Dort finden Sie auch alle weiteren Informationen zum Übungsbetrieb.