

Übungen zu Mathematik I für Physiker

Prof. Dr. D. Dürr

Blatt 14

Aufgabe 1: Sei $C[a, b] = \{f | f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}, f \text{ stetig}\}$. Zeigen Sie, dass $C[a, b]$ vollständig bezüglich der Supremumsnorm $\|f\|_\infty = \sup_{x \in [a, b]} |f(x)|$ ist. Das bedeutet: Sei $(f_n)_n \in C[a, b]$ eine Cauchyfolge, dann existiert $f \in C[a, b]$, so dass $\lim_{n \rightarrow \infty} \|f_n - f\|_\infty = 0$.

Aufgabe 2:

An welchen Stellen $x \in \mathbb{R}$ ist die Abbildung $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{falls } x \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q} \\ \frac{1}{q} & \text{falls } x = \frac{p}{q}, p \in \mathbb{Z}, q \in \mathbb{N}, \text{ gekürzt} \end{cases}$$

stetig?

Aufgabe 3: Bilden Sie die Potenzreihe von $\ln(1+x)$ um die Stelle $x=0$.