MATHEMATISCHES INSTITUT
DER UNIVERSITÄT MÜNCHEN

WS 2012/2013

Übungen zu Mathematik I für Physiker

Prof. Dr. D. Dürr

Blatt 13

Aufgabe 1: Berechnen Sie:

(a) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\ln(1-x)}{x}$

(b) $\lim\limits_{n\to\infty} n \tan \dfrac{1}{n}$

(c) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\ln(1+x+x^2)-x}{x^2}$

(d) $\lim\limits_{x\to\infty} x\big(\ln(1+\sqrt{x^2+1}) - \ln x\big)$

(e) $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}} \left[(x-\dfrac{\pi}{2})\tan(x)\right]$

Aufgabe 2: Entwickeln Sie die Funktion $f(x) = \sqrt{1+x}$, $x > -1$, in eine Taylor-Reihe um 0 bis zu der Ordung, bei der der Fehler im Intervall $[-\frac{1}{10}, +\frac{1}{10}]$ kleiner als $\frac{1}{1000}$ ist.

Aufgabe 3: Betrachten Sie die Funktion

$$f(x) = \begin{cases} e^{-\frac{1}{x}} & \text{für } x > 0 \\ 0 & \text{für } x \leq 0 \end{cases}$$

Entwickeln Sie diese Funktion um den Nullpunkt bis zur zweiten Ordnung und geben Sie den Restterm an. Überlegen Sie sich, dass diese Funktion eine Taylorreihe erzeugt, die unendlichen Konvergenzradius hat aber nicht gegen die Funktion konvergiert.

Aufgabe 4: Es sei $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ bijektiv. Und es gelte für ein $x \in \mathbb{R}$, $f'(x) = 0$. Verdeutlichen Sie sich graphisch, was dies für die Ableitung der Umkehrfunktion $f^{-1}(y)$ an der Stelle $y = f(x)$ bedeutet.

Aufgabe 5: Sei $f : \mathbb{R}_o^+ \to \mathbb{R}$ stetig. Weiter sei die Menge der Nullstellen von f nicht leer und $\tilde{x} = \inf\{x | f(x) = 0\}$. Zeigen Sie: $f(\tilde{x}) = 0$.