

7. Übungsblatt zur Algebraischen Zahlentheorie II

Aufgabe 1 Sei K ein Funktionenkörper in einer Variablen vom Geschlecht $g_K = 0$. Sei L/K endlich, separabel und geometrisch. Sei L/K höchstens zahm verzweigt und $P \in S_K$ ein Primdivisor vom Grad 1. Zeigen Sie: Falls L/K unverzweigt ist außerhalb P , so ist $L = K$.

Aufgabe 2 Sei L/K eine endliche separable Körpererweiterung. Sei $A \subseteq K$ ein Dedekindring und $B \subseteq L$ der ganze Abschluß von A in L . Sei $C \subseteq B$ eine Teilordnung. Zeigen Sie:

$$d_{C/A} = [B : C]_A^2 d_{B/A}.$$

Aufgabe 3 Der Körper F enthalte eine primitive N -te Einheitswurzel ζ_N , wobei N eine natürliche Zahl mit $\text{char}(F) \nmid N$ ist. Sei $L = K(x, y)$, wobei x, y die Gleichung $X^N + Y^N = 1$ erfüllen. Sei $K = F(x)$.

- a) Zeigen Sie: L/K ist zyklisch von der Ordnung N .
- b) Sei $C = F[x, y]$ und $A = F[x]$. Berechnen Sie die Diskriminante von B/A .
- c) Bestimmen Sie die Menge der verzweigten Primstellen und jeweils den Verzweigungsindex.
- d) Berechnen Sie das Geschlecht von L .