

5. Übungsblatt zur Algebraischen Zahlentheorie II

Aufgabe 1 Sei $L = \mathbb{Q}(\sqrt{d})$ ein quadratischer Zahlkörper. Berechnen Sie die Differenten von L/\mathbb{Q} . Überprüfen Sie die Beziehung $N_{L/\mathbb{Q}}(D_{L/\mathbb{Q}}) = d_{L/\mathbb{Q}}$.

Aufgabe 2 Sei R ein Dedekindring und I ein gebrochenes Ideal von R . Zeigen Sie:

$$[R : I]_R = I.$$

Aufgabe 3 Sei L/K eine Erweiterung von Zahlkörpern. Seien $\mathfrak{a}, \mathfrak{b}, \mathfrak{c}$ gebrochene Ideale in L . Zeigen Sie:

$$[\mathfrak{ac} : \mathfrak{bc}]_{\mathcal{O}_K} = [\mathfrak{a} : \mathfrak{b}]_{\mathcal{O}_K}.$$

Aufgabe 4 Sei $K = F(x, y)$, wobei x und y einer Gleichung der Form

$$Y^2 = (X - a_1)(X - a_2) \cdots (X - a_n) \text{ mit } a_i \in F$$

genügen.

Beschreiben Sie den Divisor D_i von $x - a_i$ in $F(x)$.