

2. Übungsblatt zur Algebraischen Zahlentheorie II

Aufgabe 1 Betrachte den Laurentreihenkörper $F(x)_\infty := F((1/x))$. Zeigen Sie, daß $F(x)_\infty$ die Kompletzierung von $F(x)$ bei ∞ ist.

Bemerkung: $F(x)_\infty$ kann man als das Analogon der reellen Zahlen betrachten. Entsprechend definieren wir:

\sqrt{g} heißt reell, falls $Y^2 - g(x)$ über $F(x)_\infty$ zerfällt.

Aufgabe 2 Man zeige:

\sqrt{g} ist reell $\iff 2 \mid \deg(g)$ und der führende Koeff. von g ist ein Quadrat mod p .

Aufgabe 3 Sei $K = F(x)$. Zeige: $\text{cl}_K^0 = 1$.

Aufgabe 4 Sei K ein Funktionenkörper in einer Variablen und $g = g(K) = 0$. Sei C ein kanonischer Divisor.

a) Man zeige: $l(-C) = 3$.

b) Man bestimme die Anzahl der effektiven Divisoren in $-\mathcal{C}$, wobei \mathcal{C} die kanonische Divisorenklasse bezeichnet.

c) Man folgere, dass es einen Divisor vom Grad ≤ 2 gibt.

Aufgabe 5 Sei $K = \mathbb{F}_q(x)$. Man berechne ad hoc die Zetafunktion von K .