

11. Übungsblatt zur Algebraischen Zahlentheorie II

Aufgabe 1 Sei G eine endliche abelsche Gruppe. Zeigen Sie:

a) $\mathbb{C}[G] = \bigoplus_{\chi \in \text{Irr}(G)} \mathbb{C}e_{\chi}$.

b) $\text{ind}_{\{1\}}^G(\chi_0) = \sum_{\chi \in \text{Irr}(G)} e_{\chi}$.

Aufgabe 2 Sei G eine endliche abelsche Gruppe. Sei für $g \in G$ eine Funktion $f_g: G \rightarrow \mathbb{C}$ definiert durch $f_g(h) = \delta_{g,h}$. Stellen Sie f_g als \mathbb{C} -Linearkombination der $\chi \in \text{Irr}(G)$ dar.

Aufgabe 3 Sei G eine endliche Gruppe und χ ein Charakter von G . Zeigen Sie:

$$\chi \text{ ist irreduzibel} \iff \langle \chi, \chi \rangle = 1.$$

Aufgabe 4 Bestimmen Sie die Menge der irreduziblen Charaktere für die Diedergruppe D_{2n} , n ungerade. Hierbei ist

$$D_{2n} = \langle \sigma, \tau \mid \sigma^n = \tau^2 = 1, \tau\sigma = \sigma^{-1}\tau \rangle.$$

Diese Aufgabe wurde ausführlich in der Vorlesung besprochen.