

8. Übungsblatt zur Algebraischen Geometrie II

Aufgabe 1 Welche der folgenden Schemata erfüllen die Weil-Hypothese?

- a) $X_1 = \operatorname{Spec}(\mathbb{Z}[\sqrt{-3}])$.
- b) $X_2 = \operatorname{Spec}(\mathbb{Z}[(1 + \sqrt{-3})/2])$.
- c) $X_3 = \operatorname{Proj}(\mathbb{R}[x, y, z]/(y^2z - x^3 - x^2z))$.

Aufgabe 2 Sei $A = k[x, y, z]/(xy - z^2)$ und $X = \operatorname{Spec}(A)$. Zeige: $\operatorname{cl}(X) \simeq \mathbb{Z}/2\mathbb{Z}$.

Hinweis: Sei $Y \subseteq X$ definiert durch $x = z = 0$. Zeige:

- a) $(y) = 2Y$.
- b) $\operatorname{cl}(X \setminus Y) = 0$.
- c) $Y \neq 0$ in $\operatorname{cl}(X)$.

Wende dann Satz (6.9) an.