

Pythagoras, Euklid und die Irrationalität von $\sqrt{2}$

Was ist eine irrationale Zahl? Oder noch grundlegender, was ist überhaupt eine Zahl? Dies sind die Fragen, mit denen sich Pythagoras und Euklid vor über 2000 Jahren auseinandergesetzt haben. Die beiden sind die Meister der Mathematik im antiken Griechenland. Sie schaffen ein Werk, das weltberühmt werden wird. Ihre Methoden der geometrischen Beweisführung sind einzigartig und zählen bis heute zu den Meisterwerken der Mathematik.

Mit einem dieser Meisterwerke wollen wir uns in dieser Vorlesung beschäftigen. Es geht um Euklids geometrischen Beweis der Irrationalität von $\sqrt{2}$. Dabei handelt es sich um eine simple, doch geniale geometrische Konstruktion, einen Algorithmus aus wenigen Zeilen, dazu Satz des Pythagoras. Und schon verstehen wir, dass $\sqrt{2}$ eine irrationale Zahl ist und können sie sogar beliebig genau berechnen. Dabei lernen wir nicht nur, rein geometrisch den Unterschied zwischen irrationalen und rationalen Zahlen zu erkennen, sondern verstehen auch grundlegend etwas vom Wesen der Zahl.