

Algebra

Tutoriumsblatt 9

Prof. Dr. Fabien Morel
Dr. Maksim Zhykhovich

WiSe 2019/2020
19.12.2019

Aufgabe 1. Zeige: Der Ring $\{P \in \mathbb{Q}[X] \mid P(0) \in \mathbb{Z}\}$ ist nicht Noethersch.

Bemerkung: Ein Ring R ist Noethersch genau dann, wenn jedes Ideal in R endlich erzeugt ist.

Aufgabe 2. Sei $\mathbb{Z}[\sqrt{3}] := \{a + \sqrt{3}b \mid a, b \in \mathbb{Z}\}$ ein Unterring von \mathbb{R} .

Zeige: $\mathbb{Z}[\sqrt{3}]^*$ ist unendlich.

Aufgabe 3. Sei R ein assoziativer Ring mit 1. Angenommen, $x \in R$ hat zwei verschiedene Rechtsinverse. Zeige: x hat unendlich viele Rechtsinverse.

Hinweis: Sei X die Menge aller Rechtsinversen von x und sei $y \in X$ fest. Betrachte die Abbildung $\varphi : X \rightarrow X$, $z \mapsto y + zx - 1$ und untersuche, ob φ surjektiv bzw. injektiv ist.