

Algebra

Tutoriumsblatt 6

Prof. Dr. Fabien Morel
Dr. Maksim Zhykhovich

WiSe 2019/2020
28.11.2019

Aufgabe 1. (1) Sei G eine Gruppe mit $|G| = 12$.

Zeige: G enthält eine Sylowuntergruppe, die in G normal ist.

(2) Seien $A_4 := \{\sigma \in S_4 \mid \text{sgn } \sigma = 1\}$ die alternierende Gruppe und $H = \{\text{id}, (1\ 2)(3\ 4), (1\ 3)(2\ 4), (1\ 4)(2\ 3)\} \subset A_4$.

Zeige: H ist eine normale Untergruppe von A_4 .

Aufgabe 2. Seien G eine Gruppe und N eine normale Untergruppe von G .

(1) Sei S eine normale Untergruppe von N . Ist S normal in G ? Bitte begründen Sie Ihre Antwort.

Hinweis: Betrachte $G = A_4$, $N = H$ wie in der Aufgabe 1.2.

(2) Gleiche Frage, wenn S eine normale Sylowuntergruppe von N ist.

Aufgabe 3. Sei G eine einfache Gruppe mit einer Untergruppe vom Index n .

Zeige: G ist isomorph zu einer Untergruppe von S_n .

Aufgabe 4. Sei G eine endliche einfache Gruppe und sei $H \leq G$ eine Untergruppe mit $|G : H| = p$, wobei p eine Primzahl ist.

Zeige: p ist die größte Primzahl, die $|G|$ teilt.