

Algebra

Tutoriumsblatt 12

Prof. Dr. Fabien Morel
Dr. Maksim Zhykhovich

WiSe 2019/2020
23.01.2020

Aufgabe 1. Finde das Minimalpolynom von $\sqrt{2 + \sqrt{2}}$ und $\sqrt{2 + \sqrt{3}}$ über \mathbb{Q} .

Aufgabe 2. Seien K/F eine Körpererweiterung und $a \in K$, sodass der Grad $|F(a) : F|$ ungerade ist.

Zeige: $F(a) = F(a^2)$ und finde ein Gegenbeispiel zu dieser Aussage, wenn $|F(a) : F|$ gerade ist.

Aufgabe 3. (1) Seien F ein Körper und $f \in F[x]$ irreduzibel mit $\deg f = n$. Sei K/F eine endliche Körpererweiterung mit $m = |K : F|$ teilerfremd mit n .

Zeige: f ist irreduzibel über K .

Hinweis: Betrachte $F(\alpha)$ und $K(\alpha)$, wobei α eine Nullstelle von f ist.

(2) Zeige: $x^5 - 9x^2 + 15x + 6$ ist irreduzibel über $\mathbb{Q}(\sqrt{2}, \sqrt{3})$.