

# Algebra

## Tutoriumsblatt 10

Prof. Dr. Fabien Morel  
Dr. Maksim Zhykhovich

WiSe 2019/2020  
09.01.2020

---

**Aufgabe 1.** (1) Seien  $K$  ein Körper und  $P \in K[X]$  ein Polynom vom Grad 2 oder 3.

Zeige:  $P$  ist irreduzibel in  $K[X]$  genau dann wenn  $P$  keine Nullstelle in  $K$  besitzt.

(2) Sei  $P \in \mathbb{Z}[X]$  ein unitäres Polynom vom Grad 2 oder 3.

Zeige:  $P$  ist irreduzibel in  $\mathbb{Z}[X]$  genau dann wenn  $P$  keine Nullstelle in  $\mathbb{Z}$  besitzt.

**Aufgabe 2.** Finde alle irreduziblen Polynome in  $\mathbb{F}_2[X]$  vom Grad  $\leq 4$ .

**Aufgabe 3.** (1) Seien  $P(X) = a_n X^n + \dots + a_1 X + a_0 \in \mathbb{Z}[X]$  und  $x \in \mathbb{Z}$  eine Nullstelle von  $P$ . Zeige:  $x$  teilt  $a_0$ .

(2) Sind die folgenden Polynome irreduzibel in  $\mathbb{Z}[X]$ ?

(a)  $X^3 - 2X + 3$

(b)  $X^3 + 2X^2 - 3X - 6$

*Hinweis:* Benutze die Aufgabe 1.1 und die Frage (1).

**Aufgabe 4.** Zeige, dass in  $\mathbb{Z}[X]$  die folgenden Polynome irreduzibel sind

(1)  $X^4 - 2X^3 + X - 3$

(2)  $X^4 - X^3 - 2X^2 + 3X + 2$

*Hinweis:* Betrachte die Polynome modulo 2.