

Algebra

Tutoriumsblatt 2

Prof. Dr. Markus Land
Dr. Maksim Zhykhovich

WiSe 2022/2023
02.11.2022

Aufgabe 1. Seien G eine Gruppe und $g \in G$ ein Element von Ordnung $m \in \mathbb{N}$. Sei $n \in \mathbb{N}$, sodass $g^n = 1$ in G . Zeige: $m|n$ (m teilt n).

Aufgabe 2. Seien G und G' zwei Gruppen und $f : G \rightarrow G'$ ein Gruppenhomomorphismus. Sei $H \subset G$ eine Untergruppe von G .

(1) Zeige: $f(H)$ ist eine Untergruppe von G' .

(2) Angenommen, dass $|H|$ und $|G'|$ endlich und teilerfremd sind.

Zeige: $H \subset \text{Ker } f$.

Aufgabe 3. Seien G eine Gruppe und $H \subset G$ eine normale Untergruppe mit n Elementen und Index m (d.h. $|H| = n$, $|G/H| = m$). Angenommen, dass n und m teilerfremd sind.

Zeige: H ist die einzige Untergruppe von Index m in G .

Hinweis: Verwende Aufgabe 2.2.