

Algebra

Tutoriumsblatt 10

Prof. Dr. Markus Land
Dr. Maksim Zhykhovich

WiSe 2022/2023
11.01.2022

- Aufgabe 1.** (1) Zeige, dass $L = \mathbb{Q}(i, \sqrt[4]{2})$ der Zerfällungskörper von $X^4 - 2$ über \mathbb{Q} ist. Folgere dass L/\mathbb{Q} eine Galoiserweiterung ist.
(2) Zeige: $\text{Gal}(L/\mathbb{Q})$ ist isomorph zur Diedergruppe D_4 (das ist die Symmetriegruppe eines Quadrats, D_4 hat 8 Elementen).
(3) Finde alle Zwischenkörper $\mathbb{Q} \subset E \subset L$.

Aufgabe 2. Sei G eine Gruppe mit 22 Elementen, die auf einer Menge X mit 11 Elementen ohne Fixpunkte wirkt. Zeige: Diese Wirkung ist transitiv.

Aufgabe 3. Sei

$$H = \{\text{id}, (12)(34), (13)(24), (14)(23)\}$$

die Untergruppe von S_4

- (1) Zeige: H ist eine normale Untergruppe von S_4 .
(2) Zeige: $S_4/H \simeq S_3$.

Hinweis: Betrachte die Wirkung von S_4 auf der Menge $X := H \setminus \{\text{id}\}$ durch Konjugation und benutze den Homomorphismus $S_4 \rightarrow S(X)$.