# Algebra

## Tutoriumsblatt 1

Prof. Dr. Markus Land
Dr. Maksim Zhykhovich

WiSe 2022/2023
26.10.2022

---

**Aufgabe 1.** Sei $G$ eine Gruppe. Angenommen, für jedes $x \in G$ gilt $x^2 = e$, wobei $e$ das neutrale Element von $G$ ist. Zeige: $G$ ist eine abelsche Gruppe.

**Aufgabe 2.** Sei

$$H = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & a \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \in \mathrm{GL}_2(\mathbb{R}) \ \mid a \in \mathbb{R} \right\} .$$

(1) Zeige: $H$ ist eine Untergruppe von $\mathrm{GL}_2(\mathbb{R})$.
(2) $H \simeq (\mathbb{R}, +)$ als Gruppen.

**Aufgabe 3.** Beweise $(\mathbb{R}, +) \not\simeq (\mathbb{R}^*, \cdot)$ als Gruppen.
*Hinweis:* Sei $\varphi : (\mathbb{R}^*, \cdot) \to (\mathbb{R}, +)$ ein Isomorphismus. Betrachte $\varphi(-1) + \varphi(-1)$.

**Aufgabe 4.** Sei $G$ eine Gruppe. Das Zentrum von $G$ ist die Menge

$$Z(G) = \{g \in G \mid gh = hg \text{ für alle } h \in G\} .$$

Zeige: $Z(S_2) = S_2$ und $Z(S_n) = \{1\}$ für $n \geq 3$.
*Hinweis*: Sei $\sigma \in Z(S_n)$. Dann gilt es $\sigma \circ \tau_{i,j} = \tau_{i,j} \circ \sigma$ für jede Transposition $\tau_{i,j}$, $i \neq j$, $1 \leq i, j \leq n$.