

## 6. Ernstfalltest zum Staatsexamen: Analysis

**Aufgabe 16:** (F10T3A1) Man bestimme alle Lösungen des Systems von Differentialgleichungen

$$\dot{x} = \begin{pmatrix} -1 & 1 & -2 \\ 0 & -1 & 4 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} x.$$

Hat das System eine stabile oder eine asymptotisch stabile Gleichgewichtslösung?

**Aufgabe 17:** (H14T2A4) Gegeben sei das Differentialgleichungssystem

$$y'(t) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} y(t)$$

- Bestimmen Sie ein Fundamentalsystem für dieses Differentialgleichungssystem.
- Bestimmen Sie die Lösung dieses Differentialgleichungssystems mit dem Anfangswert

$$y(0) = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

- Ist die Nulllösung für dieses Differentialgleichungssystem stabil?

**Aufgabe 12:** (H15T2A2) Betrachten Sie die Differentialgleichung

$$y''' - 2y'' + y' = e^{2x}$$

- Bestimmen Sie ein Fundamentalsystem für die zugehörige homogene Differentialgleichung.
- Bestimmen Sie mit einem geeigneten Ansatz eine spezielle Lösung der inhomogenen Gleichung und geben Sie damit die allgemeine Lösung an.
- Bestimmen Sie die Lösung des zugehörigen Anfangswertproblems mit

$$y(0) = y'(0) = y''(0) = 0$$