

Tutoriumsblatt 7 zu Mathematik III (Physik)

Aufgabe 1: Es sei $\emptyset \neq X$ eine endliche Menge. Zeige:

a) Für das Zählmaß $\nu : \mathcal{P}(X) \rightarrow [0, \infty[$ und die Diracmaße δ_x gilt:

$$\nu = \sum_{x \in X} \delta_x$$

b) Jedes Maß $\mu : \mathcal{P}(X) \rightarrow [0, \infty]$ hat die Form

$$\mu = \sum_{x \in X} \mu(\{x\}) \delta_x.$$

Aufgabe 2:

Es sei $\emptyset \neq X$ eine nicht abzählbare Menge und

$$\mathcal{A} = \{U \subseteq X : U \text{ abzählbar oder } X \setminus U \text{ abzählbar} \}$$

die σ -Algebra aus Beispiel 14.1.3. Zeige:

$$\begin{aligned} \mu : \mathcal{A} &\rightarrow [0, 1] \\ Y &\mapsto \begin{cases} 0 & \text{für } Y \text{ abzählbar} \\ 1 & \text{für } X \setminus Y \text{ abzählbar} \end{cases} \end{aligned}$$

definiert einen Wahrscheinlichkeitsraum (X, \mathcal{A}, μ) .

Aufgabe 3: Es seien (X, \mathcal{A}) , (Y, \mathcal{B}) und (Z, \mathcal{C}) Meßräume und $f : X \rightarrow Y$ sei $\mathcal{A} - \mathcal{B}$ -meßbar, $g : Y \rightarrow Z$ sei $\mathcal{B} - \mathcal{C}$ -meßbar. Zeige, daß $g \circ f$ $\mathcal{A} - \mathcal{C}$ -meßbar ist.