

**Tutorium 3 zu Mathematik III (Physik)****Aufgabe 1:**

Es seien  $p : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$  und  $q : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$  Polynome. Zeige, daß

$$\begin{aligned} \frac{p}{q} : \{z \in \mathbb{C} : q(z) \neq 0\} &\rightarrow \mathbb{C} \\ z &\mapsto \frac{p(z)}{q(z)} \end{aligned}$$

stetig ist.

**Aufgabe 2:**

Zeige den eindimensionalen Fixpunktsatz von Brouwer: Jede stetige Funktion  $f : [0, 1] \rightarrow [0, 1]$  besitzt einen Fixpunkt.

**Aufgabe 3:**

Es sei  $\emptyset \neq I \subseteq \mathbb{R}$  ein Intervall. Zeige:

$$V := \{(x, y) \in I \times I : x < y\} \tag{1}$$

ist eine zusammenhängende Teilmenge von  $\mathbb{R}^2$ .

Anleitung: Fixiere  $z = (z_1, z_2) \in V$  und betrachte zu  $w = (w_1, w_2) \in V$  die Abbildung

$$\begin{aligned} \alpha_w : [0, 1] &\rightarrow \mathbb{R}^2 \\ t &\mapsto tz + (1 - t)w \end{aligned}$$

**Aufgabe 4:**

Es sei  $I \subseteq \mathbb{R}$  ein Intervall und  $f : I \rightarrow \mathbb{R}$  stetig. Zeige, daß

- a)  $f$  ist injektiv
- b)  $f$  ist streng monoton

äquivalent sind.