

Tutorium 2 zu Mathematik III (Physik)**Aufgabe 1:**

Es sei (X, d) ein metrischer Raum und $\emptyset \neq Y \subseteq X$. Zeige:

$$\begin{aligned} \text{dist}(\cdot, Y) : X &\rightarrow [0, \infty[\\ x &\mapsto \text{dist}(x, Y) := \inf\{d(x, y) : y \in Y\} \end{aligned}$$

ist gleichmäßig stetig.

Aufgabe 2:

Bestimme den punktweisen Grenzwert $f : [1, \infty[\rightarrow \mathbb{R}$ der Funktionenfolge

$$\left(\begin{array}{l} f_n : [1, \infty[\rightarrow \mathbb{R} \\ x \mapsto \frac{nx^2}{n^2 + x^2} \end{array} \right)_{n \in \mathbb{N}}.$$

Konvergiert f_n gleichmäßig?

Aufgabe 3:

Versehe \mathbb{R} mit der Standardtopologie und zeige, daß $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ stetig ist.

$$x \mapsto \begin{cases} x \sin\left(\frac{1}{x}\right) & \text{für } x \neq 0 \\ 0 & \text{für } x = 0 \end{cases}$$