Übungsblatt 7 zu Mathematik III für Physik

Aufgabe 118: (25 Punkte) Seien $X \neq \varnothing$ eine Menge und $\varnothing \neq \mathcal{F} \subseteq \mathcal{P}(X)$. Zeigen Sie, dass für alle $A \in \sigma(\mathcal{F})$ eine abzählbare Familie $\mathcal{F}_A \subseteq \mathcal{F}$ gibt, sodass $A \in \sigma(\mathcal{F}_A)$.

Aufgabe 119: (25 Punkte) Seien $X \neq \varnothing$ eine Menge und $\varnothing \neq \mathcal{F} \subseteq \mathcal{P}(X)$. Wir nennen eine Familie $\mathcal{G} \subseteq \mathcal{P}(X)$ *Algebra auf* X, falls:

a) $\varnothing, X \in \mathcal{G}$,

b) $X \setminus G \in \mathcal{G}$ für alle $G \in \mathcal{G}$,

c) $G_1 \cup G_2 \in \mathcal{G}$ für alle $G_1, G_2 \in \mathcal{G}$.

Bezeichne $\mathcal{A}(\mathcal{F})$ die kleinste (bzgl. Inklusion) Algebra auf X, die $\mathcal{F}$ enthält.
Zeigen Sie: Ist $\mathcal{F}$ abzählbar, so ist $\mathcal{A}(\mathcal{F})$ auch abzählbar.

Lösungen in Zweier- / Dreiergruppen anfertigen und je Gruppe eine Lösung über Moodle abgeben. Abgabe bis Mittwoch 06.12.23, 08:25 Uhr – vor der Übung.