

## Übungsblatt 12 zu Mathematik III für Physik

**Aufgabe 133: (10 Punkte)** Es sei  $\mathbb{K}$  ein Körper,  $X$  ein  $\mathbb{K}$ -Banachraum,  $U \subseteq X$  offen,  $a \in U$ ,  $f : U \rightarrow \mathbb{K}$  und  $g : U \rightarrow \mathbb{K}$  stetige Abbildungen, die in  $a$  differenzierbar mit  $g(a) \neq 0$  sind. Zeigen Sie, dass

$$\begin{aligned} \frac{f}{g} : V &\longrightarrow \mathbb{K} \\ x &\longmapsto \frac{f(x)}{g(x)} \end{aligned}$$

auf der offenen Menge  $V := g^{-1}(\mathbb{K} \setminus \{0\})$  wohldefiniert und in  $a$  differenzierbar mit

$$\left(\frac{f}{g}\right)'(a) = \frac{f'(a)g(a) - f(a)g'(a)}{g^2(a)}$$

ist.

**Aufgabe 134: (15 Punkte)** Berechnen Sie folgenden Integrale:

- i)  $\int_c^d \frac{1}{(x-a)(x-b)} dx$ , wobei  $a, b, c, d \in \mathbb{R}$  mit  $a < c < d < b$ ,
- ii)  $\int_0^\pi \sin^2(x) dx$ ,
- iii)  $\int_0^{\pi/2} \frac{\sin(x)}{\sin(x) + \cos(x)} dx$ .

**Aufgabe 135: (10 Punkte)** Betrachten Sie die Funktion

$$\begin{aligned} f : \mathbb{R} &\longrightarrow \mathbb{R} \\ x &\longmapsto (2x - x^2)e^{-x}. \end{aligned}$$

- i) Zeigen Sie, dass  $\int_0^n |f(x)| dx \xrightarrow{n \rightarrow \infty} \int_0^\infty |f(x)| dx < \infty$ .
- ii) Berechnen Sie  $\int_0^\infty f(x) dx$ .

**Lösungen in Zweier- / Dreiergruppen anfertigen und je Gruppe eine Lösung über Moodle abgeben. Abgabe bis Mittwoch 24.01.24, 08:25 Uhr – vor der Übung.**