

Übungsblatt 2 zu „Von lokalkonvexen Vektorräumen zu Distributionen“

Aufgabe 7 : Beweise den Satz von Tychonoff mit Netzen.

Aufgabe 8: Zeige: Ist $A \subseteq \mathbb{K}$ ausgeglichen, so ist A beschränkt oder $A = \mathbb{K}$.

Aufgabe 9: Zeige, daß:

a) $d : \mathbb{R} \times \mathbb{R} \rightarrow [0, \infty[$ eine Metrik auf \mathbb{R} definiert.
 $(x, y) \mapsto \left| \frac{x}{1+|x|} - \frac{y}{1+|y|} \right|$

b) Die von d definierte Topologie \mathcal{O}_d stimmt mit der Standardtopologie überein.

c) (\mathbb{R}, d) ist kein vollständiger metrischer Raum.

d) d ist nicht translationsinvariant.

Aufgabe 10: Es sei X ein topologischer \mathbb{K} -Vektorraum, dann sind für $Y \subseteq X$ äquivalent:

a) Y ist beschränkt.

b) Ist $(x_n)_{n \in \mathbb{N}}$ eine Folge in Y , $(\lambda_n)_{n \in \mathbb{N}}$ eine Folge in \mathbb{K} mit $\lim_{n \rightarrow \infty} \lambda_n = 0$, so gilt $\lim_{n \rightarrow \infty} \lambda_n x_n = \mathbf{0}$.

Besprechung am Dienstag 31.10.2023 in der Übung; diese ist in B041