

## Übungsblatt 2 zu „Von lokalkonvexen Vektorräumen zu Distributionen“

**Aufgabe 7 :** Beweise den Satz von Tychonoff mit Netzen.

**Aufgabe 8:** Zeige: Ist  $A \subseteq \mathbb{K}$  ausgeglichen, so ist  $A$  beschränkt oder  $A = \mathbb{K}$ .

**Aufgabe 9:** Zeige, daß:

a)  $d : \mathbb{R} \times \mathbb{R} \rightarrow [0, \infty[$  eine Metrik auf  $\mathbb{R}$  definiert.  
 $(x, y) \mapsto \left| \frac{x}{1+|x|} - \frac{y}{1+|y|} \right|$

b) Die von  $d$  definierte Topologie  $\mathcal{O}_d$  stimmt mit der Standardtopologie überein.

c)  $(\mathbb{R}, d)$  ist kein vollständiger metrischer Raum.

d)  $d$  ist nicht translationsinvariant.

**Aufgabe 10:** Es sei  $X$  ein topologischer  $\mathbb{K}$ -Vektorraum, dann sind für  $Y \subseteq X$  äquivalent:

a)  $Y$  ist beschränkt.

b) Ist  $(x_n)_{n \in \mathbb{N}}$  eine Folge in  $Y$ ,  $(\lambda_n)_{n \in \mathbb{N}}$  eine Folge in  $\mathbb{K}$  mit  $\lim_{n \rightarrow \infty} \lambda_n = 0$ , so gilt  $\lim_{n \rightarrow \infty} \lambda_n x_n = \mathbf{0}$ .

**Besprechung am Dienstag 31.10.2023 in der Übung; diese ist in B041**