Tutoriumsblatt 9 zu Analysis und Lineare Algebra I

Aufgabe 1: (Komplexe Folgen) Entscheiden Sie, ob die Folgen in $\mathbb{C}$ konvergieren und geben sie ggf. den Grenzwert an.

a) $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ mit $a_n = 3 + \frac{i}{n}$.

b) $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ mit $b_n = (\frac{1+i}{\sqrt{2}})^n$.

c) $(c_n)_{n\in\mathbb{N}}$ mit $c_n = (\frac{2+3i}{13})^n$.

Aufgabe 2: (Orthogonalität) Sei V ein $\mathbb{K}$-Vektorraum mit Skalarprodukt $\langle\cdot,\cdot\rangle$.

a) Zeigen Sie, dass für $u \in V$ die Menge $W = \{v \in V \mid \langle v, u\rangle = 0\}$ ein Untervektorraum von V ist.

b) Geben Sie für $V = \mathbb{R}^3$ mit Standardskalarprodukt und $u = \begin{pmatrix}1\\0\\3\end{pmatrix}$ den Raum W konkret an.

Aufgabe 3: Wir arbeiten auf $\mathbb{R}^2$.

a) Zeigen Sie, dass $\left\|\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}\right\|_\infty = \max\{|x|, |y|\}$ eine Norm ist.

b) Zeichnen Sie in ein passendes Koordinatensystem alle Punkte $\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2$

(i) mit $\left\|\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}\right\|_1 = |x| + |y| = 1$.

(ii) mit $\left\|\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}\right\|_2 = \sqrt{|x|^2 + |y|^2} = 1$.

(iii) mit $\left\|\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}\right\|_\infty = 1$.