

**Tutorium 4 zu Analysis und Lineare Algebra I****Aufgabe 1:**

a) Mit der Konvention  $x^0 := 1$  zeige: Für alle  $x \in \mathbb{R}$  mit  $x \neq 1$  und alle  $n \in \mathbb{N}$  gilt:

$$\sum_{k=1}^n kx^{k-1} = \frac{1 - (n+1)x^n + nx^{n+1}}{(1-x)^2}$$

b) Für welche  $n \in \mathbb{N}$  gilt  $(n+1)^2 \leq 3^n$ ?

**Aufgabe 2:**

Zu vorgegebenen  $x_1, x_2 \in \mathbb{R}$  definiere die Folge  $(x_n)_{n \in \mathbb{N}}$  rekursiv durch

$$x_{n+2} := \frac{1}{7}(5x_{n+1} + 2x_n).$$

Zeige:  $x_n - x_{n-1} = \left(-\frac{2}{7}\right)^{n-2}(x_2 - x_1)$  für alle  $n \in \mathbb{N}$  mit  $n \geq 2$ .

**Aufgabe 3:** Es sei  $\emptyset \neq X$  eine abzählbare Menge. Zeige, daß

$$\mathcal{E}(X) := \{Y \subseteq X : Y \text{ ist endlich}\}$$

eine abzählbare Menge ist. Was gilt darüberhinaus im Fall einer endlichen Menge  $X$ ?