

Übungsblatt 1 zu Analysis und Lineare Algebra I

Aufgabe 1: (10 Punkte)

Alice, Bob und Eve stehen im Verdacht die Lösungen des ersten Übungsblattes abgeschrieben zu haben. Dazu die Fakten:

- Falls Alice und Bob nicht beide beteiligt waren, dann ist auch Eve außer Verdacht.
- Ist Bob schuldig oder Eve unschuldig, dann kann auch Alice nicht die Täterin sein.
- Mindestens einer der drei hat abgeschrieben.

Wer hat abgeschrieben? Begründung!

Aufgabe 2: (10 Punkte)

- Zeige, daß $f : \mathbb{Q} \rightarrow \mathbb{Q}$ injektiv ist.
$$x \mapsto x^3$$

Hinweis: Faktorisiere für $x, y \in \mathbb{Q}$ die Differenz $f(x) - f(y) = x^3 - y^3$.

- Wie ist der Wertevorrat Y von $g : \mathbb{N} \rightarrow Y$ zu wählen, damit g bijektiv wird?
$$n \mapsto n^3 + n - 1$$

Aufgabe 3: (10 Punkte) Es seien X, Y Mengen und $f : X \rightarrow Y$ eine Funktion. Man zeige:

- Für alle $V \subseteq Y$ gilt $f(f^{-1}(V)) \subseteq V$.
- Es gilt $f(f^{-1}(V)) = V$ für alle $V \subseteq Y$ genau dann wenn f surjektiv ist.

Aufgabe 4: (10 Punkte) Es seien $f : W \rightarrow X$, $g : X \rightarrow Y$ und $h : Y \rightarrow Z$ Funktionen, so daß $g \circ f$ und $h \circ g$ bijektiv sind. Zeige, daß f , g und h bijektiv sind.

Lösungen in Zweier- / Dreiergruppen anfertigen und je Gruppe eine Lösung über Moodle abgeben. Abgabe bis Donnerstag 26.10.2023, 10 Uhr.