

**Tutorium 6 zu Mehrdimensionaler Analysis****Aufgabe 1:**

Es sei  $\nu : \mathcal{P}(\mathbb{N}) \rightarrow [0, \infty]$  das Zählmaß. Zeige, daß  $f : \mathbb{N} \rightarrow [0, \infty[$   $\mathcal{P}(\mathbb{N})$ - $\mathcal{B}([0, \infty[)$ -meßbar  
 $j \mapsto \frac{1}{j(j+1)}$

ist und berechne  $\int_{\mathbb{N}} f d\nu$ .

**Aufgabe 2:**

a) Zeige, daß  $f : \mathbb{R} \rightarrow [0, \infty[$   $\mathcal{B}(\mathbb{R})$ - $\mathcal{B}([0, \infty[)$ -meßbar ist.  
 $x \mapsto x \mathbf{1}_{[1,3]}(x)$

b) Es sei  $\lambda : \mathcal{B}(\mathbb{R}) \rightarrow [0, \infty]$  das Borel-Lebesguemaß. Berechne  $\int_{\mathbb{R}} f d\lambda$ .

**Aufgabe 3:**

Es seien  $(X, \mathcal{A}, \mu)$  ein Maßraum,  $u : X \rightarrow [0, \infty[$  und  $v : X \rightarrow [0, \infty[$  seien  $\mathcal{A}$ -Stufenfunktionen. Zeige

$$\int_X (u + v) d\mu = \int_X u d\mu + \int_X v d\mu.$$