

## Tutorium 5 zu Mehrdimensionaler Analysis

### Aufgabe 1:

Es sei  $(X, \mathcal{A}, \mu)$  ein Maßraum und  $A, B, C \in \mathcal{A}$  mit  $\mu(A), \mu(B), \mu(C) < \infty$ . Zeige:

$$\mu(A \cup B \cup C) = \mu(A) + \mu(B) + \mu(C) - \mu(A \cap B) - \mu(A \cap C) - \mu(B \cap C) + \mu(A \cap B \cap C)$$

### Aufgabe 2:

- a) Zeige  $\mathcal{A} := \{V \subseteq [0, 1] : V \text{ abzählbar oder } [0, 1] \setminus V \text{ abzählbar}\} \subseteq \mathcal{B}([0, 1])$ .
- b) Es sei  $\lambda : \mathcal{B}(\mathbb{R}) \rightarrow [0, \infty]$  das Borel-Lebesgumaß auf  $\mathcal{B}(\mathbb{R})$ . Bestimme für  $V \in \mathcal{A}$  ganz explizit  $\lambda(V)$ .

### Aufgabe 3:

Es sei  $\emptyset \neq X$  eine endliche Menge. Zeige:

- a) Für das Zählmaß  $\nu : \mathcal{P}(X) \rightarrow [0, \infty[$  und die Diracmaße  $\delta_x$  gilt:

$$\nu = \sum_{x \in X} \delta_x$$

- b) Jedes Maß  $\mu : \mathcal{P}(X) \rightarrow [0, \infty]$  hat die Form

$$\mu = \sum_{x \in X} \mu(\{x\}) \delta_x.$$