

Tutorium 5 zu Mehrdimensionaler Analysis

Aufgabe 1:

Es sei (X, \mathcal{A}, μ) ein Maßraum und $A, B, C \in \mathcal{A}$ mit $\mu(A), \mu(B), \mu(C) < \infty$. Zeige:

$$\mu(A \cup B \cup C) = \mu(A) + \mu(B) + \mu(C) - \mu(A \cap B) - \mu(A \cap C) - \mu(B \cap C) + \mu(A \cap B \cap C)$$

Aufgabe 2:

- a) Zeige $\mathcal{A} := \{V \subseteq [0, 1] : V \text{ abzählbar oder } [0, 1] \setminus V \text{ abzählbar}\} \subseteq \mathcal{B}([0, 1])$.
- b) Es sei $\lambda : \mathcal{B}(\mathbb{R}) \rightarrow [0, \infty]$ das Borel-Lebesgumaß auf $\mathcal{B}(\mathbb{R})$. Bestimme für $V \in \mathcal{A}$ ganz explizit $\lambda(V)$.

Aufgabe 3:

Es sei $\emptyset \neq X$ eine endliche Menge. Zeige:

- a) Für das Zählmaß $\nu : \mathcal{P}(X) \rightarrow [0, \infty[$ und die Diracmaße δ_x gilt:

$$\nu = \sum_{x \in X} \delta_x$$

- b) Jedes Maß $\mu : \mathcal{P}(X) \rightarrow [0, \infty]$ hat die Form

$$\mu = \sum_{x \in X} \mu(\{x\}) \delta_x.$$