Übungsblatt 2 zu Mathematik I (Physik)

Aufgabe 5: (10 Punkte)
Es seien X, Y und I nichtleere Mengen und für jedes $i \in I$ sei eine Teilemenge $X_i \subseteq X$ gegeben mit $X = \bigcup_{i \in I} X_i$. Für jedes $i \in I$ sei ferner eine Funktion $f_i : X_i \to Y$ definiert und diese Funktionen erfüllen $f_i(x) = f_j(x)$ für jedes $x \in X_i \cap X_j$, falls es $i, j \in I$ mit $i \neq j$ und $X_i \cap X_j \neq \emptyset$ gibt. Zeige, daß es genau eine Funktion $f : X \to Y$ gibt, so daß $f(x) = f_i(x)$ für jedes $x \in X_i$ und jedes $i \in I$ erfüllt ist – dh, daß es genau eine Funktion $f : X \to Y$ auf X gibt, die alle Funktionen $f_i, i \in I$ fortsetzt.

Aufgabe 6: (10 Punkte)
Es seien $f : W \to X$, $g : X \to Y$ und $h : Y \to Z$ Funktionen. Zeige: Sind $g \circ f$ und $h \circ g$ bijektiv, so sind f, g und h bijektiv.

Aufgabe 7: (10 Punkte)

a) Es sei $(X, \leq)$ eine total geordnete Menge und $x \in X$ ein maximales Element. Zeige, daß x dadurch eindeutig bestimmt ist.

b) Gib ein Beispiel einer total geordneten Menge $(X, \leq)$ an, die kein maximales Element besitzt.

Aufgabe 8: (10 Punkte)
Beweise oder widerlege:

a) Es seien $(X, \leq)$ und $(Y, \preceq)$ geordnete Mengen und $f : X \to Y$ monoton steigend, dann ist f injektiv.

b) Es seien $(X, \leq)$ und $(Y, \preceq)$ geordnete Mengen und $f : X \to Y$ streng monoton steigend, dann ist f injektiv.

c) Es seien $(X, \leq)$ und $(Y, \preceq)$ geordnete Mengen, $(X, \leq)$ total geordnet und $f : X \to Y$ streng monoton steigend, dann ist f injektiv.

Abgabe je Zweier-/Dreiergruppe eine Lösung bis Donnerstag 3.11.2022, 10 Uhr – über Uni2work.