

## Übungsblatt 2 zu Mehrdimensionaler Analysis

**Aufgabe 100: (10 Punkte)**

Bestimme alle kritischen Punkte der Funktion  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  und die Taylorpolynome vom Grad 2 und 3 in allen kritischen Punkten. Was läßt sich daraus über lokale Maxima und Minima folgern? Besitzt  $f$  einen Grenzwert  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$ ?

$$x \mapsto x^3 e^{-x^2} (x+2)^2$$
**Aufgabe 101: (10 Punkte)**

a) Zeige, daß die Funktion  $f : \mathbb{C} \setminus \{i, -i\} \rightarrow \mathbb{C}$  analytisch ist.

$$z \mapsto \frac{z}{z^2+1}$$

b) Bestimme den Konvergenzradius der Reihenentwicklung von  $f$  um 1.

**Aufgabe 102: (10 Punkte)**

Zeige, dass das Gleichungssystem

$$\begin{aligned} x &= \frac{1}{10} (\cos(x) - 1 + x e^y) \\ 10y &= (\sin(x))^2 - \ln(y+3) \end{aligned}$$

auf der Menge  $M = [-1, 1]^2$  genau eine Lösung besitzt.

**Aufgabe 103: (10 Punkte)**

Es seien  $X, Y$  Mengen mit  $X \subseteq Y$  und  $\mathcal{A}$  eine  $\sigma$ -Algebra auf  $X$ . Zeige, daß

$$\mathcal{B} := \mathcal{A} \cup \{A \cup (Y \setminus X) : A \in \mathcal{A}\}$$

die kleinste  $\sigma$ -Algebra auf  $Y$  ist, die alle Elemente  $A \in \mathcal{A}$  enthält.

**Lösungen in Zweier- / Dreiergruppen anfertigen und je Gruppe eine Lösung abgeben.  
Abgabe bis Freitag 4.11.2022, 10 Uhr – über Uni2work**