

Tutoriumsblatt 6 zu Mathematik I für Physiker

Aufgabe 1

Welche Lösungen haben folgende Gleichungen im Körper $\mathbb{Z}/7\mathbb{Z}$? Begründe die Antwort.

a) $4x = 5$

b) $x^2 = 4$

c) $x^2 = 5$

d) $2x^2 = 1$

e) $x^{200} + x = 6$

Aufgabe 2

a) Zeige explizit, dass $\mathbb{Z}/3\mathbb{Z}$ alle Körpereigenschaften erfüllt.

b) Zeige, dass $\mathbb{Z}/6\mathbb{Z}$ kein Körper ist.

Aufgabe 3

Sei X eine nichtleere Menge und (G, \star) eine Gruppe und $Abb(X, G) := \{f : X \rightarrow G \text{ Funktion}\}$ die Menge der Abbildungen von X nach G . Sei außerdem

$$\begin{aligned} \odot : Abb(X, G) \times Abb(X, G) &\rightarrow Abb(X, G) \\ (f, g) &\rightarrow f \odot g \end{aligned}$$

mit

$$\begin{aligned} f \odot g : X &\rightarrow G \\ x &\rightarrow f(x) \star g(x) \end{aligned}$$

a) Zeige, dass $(Abb(X, G), \odot)$ eine Gruppe bildet.

b) Sei (G, \star) zusätzlich kommutativ. Zeige, dass dann auch $(Abb(X, G), \odot)$ kommutativ ist.