

Tutoriumsblatt 5 zu Mathematik I für Physiker

Aufgabe 1: Überprüfe, ob es sich im folgenden um Gruppen handelt:

(a) (\mathbb{Q}, \cdot) , wobei die Verknüpfung ' \cdot ' die aus der Schule bekannte Multiplikation von Brüchen ist.

(b) $(\{0, 1, 2, 3\}, \oplus)$, wobei die Verknüpfung ' \oplus ' für $a, b \in \{0, 1, 2, 3\}$ wie folgt definiert ist:

$$a \oplus b = \text{der Rest beim Teilen von } a + b \text{ durch } 4.$$

(c) $(\{0, 1, 2, 3\}, \odot)$, wobei die Verknüpfung ' \odot ' für $a, b \in \{0, 1, 2, 3\}$ wie folgt definiert ist:

$$a \odot b = \text{der Rest beim Teilen von } a \cdot b \text{ durch } 4.$$

Aufgabe 2: Finde die kleinste Untergruppe der symmetrischen Gruppe \mathcal{S}_4 , die die Elemente

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & 3 & 4 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

enthält.

Aufgabe 3: Zeige, dass jede 4-elementige Gruppe kommutativ ist.