

## Tutoriumsblatt 2 zu Mathematik I für Physiker

### Aufgabe 1:

- a) Seien  $f : \{a, b, c, d\} \rightarrow \{\alpha, \beta, \gamma\}$ ,  $g : \{a, b, c\} \rightarrow \{\alpha, \beta, \gamma, \delta\}$  und  $h : \{a, b, c, d\} \rightarrow \{\alpha, \beta, \gamma, \delta\}$  mit

$$\begin{cases} f(a) = g(a) = h(a) = \alpha \\ f(b) = g(b) = h(b) = \beta \\ f(c) = g(c) = h(c) = f(d) = \gamma \\ h(d) = \delta. \end{cases}$$

Überprüfen Sie die Funktionen  $f$ ,  $g$  und  $h$  auf Injektivität, Surjektivität und Bijektivität.

- b) Seien

$$\begin{aligned} f_1 : \mathbb{R} &\rightarrow \mathbb{R} ; & x &\mapsto (x-1)^2 + x, \\ f_2 : [1/2, \infty[ &\rightarrow \mathbb{R} ; & x &\mapsto (x-1)^2 + x, \\ f_3 : \mathbb{R} &\rightarrow [3/4, \infty[ ; & x &\mapsto (x-1)^2 + x, \\ f_4 : [1/2, \infty[ &\rightarrow [3/4, \infty[ ; & x &\mapsto (x-1)^2 + x. \end{aligned}$$

Überprüfen Sie die Funktionen  $f_1$ ,  $f_2$ ,  $f_3$  und  $f_4$  auf Injektivität, Surjektivität und Bijektivität.

### Aufgabe 2: Seien

$$\begin{aligned} f : \mathbb{R} &\rightarrow \mathbb{R} ; & x &\mapsto x + \sqrt{3}, \\ g : \mathbb{Q} &\rightarrow \mathbb{R} ; & x &\mapsto x + \sqrt{2}, \\ h : \mathbb{Q} &\rightarrow \mathbb{Q} ; & x &\mapsto x + 1. \end{aligned}$$

Welche der Kompositionen  $f \circ g \circ h$ ,  $f \circ h \circ g$  und  $g \circ f \circ h$  machen Sinn? Berechnen Sie alle sinnvollen Kompositionen.

*Hinweis:*  $\sqrt{2}, \sqrt{3} \notin \mathbb{Q}$ .

**Aufgabe 3:** Es seien  $f : X \rightarrow Y$  eine Abbildung. Für  $x_1, x_2 \in X$  schreibe  $x_1 \sim x_2$  genau dann wenn  $f(x_1) = f(x_2)$  ist. Zeige:

- a)  $\sim$  ist eine Äquivalenzrelation auf  $X$ .
- b) Für jedes  $x \in X$  gilt:  $[x]_{\sim} = f^{-1}(\{f(x)\})$ .