

Tutoriumsblatt 2 zu Mathematik I für Physiker

Aufgabe 1:

- a) Seien $f : \{a, b, c, d\} \rightarrow \{\alpha, \beta, \gamma\}$, $g : \{a, b, c\} \rightarrow \{\alpha, \beta, \gamma, \delta\}$ und $h : \{a, b, c, d\} \rightarrow \{\alpha, \beta, \gamma, \delta\}$ mit

$$\begin{cases} f(a) = g(a) = h(a) = \alpha \\ f(b) = g(b) = h(b) = \beta \\ f(c) = g(c) = h(c) = f(d) = \gamma \\ h(d) = \delta. \end{cases}$$

Überprüfen Sie die Funktionen f , g und h auf Injektivität, Surjektivität und Bijektivität.

- b) Seien

$$\begin{aligned} f_1 : \mathbb{R} &\rightarrow \mathbb{R}; & x &\mapsto (x-1)^2 + x, \\ f_2 : [1/2, \infty[&\rightarrow \mathbb{R}; & x &\mapsto (x-1)^2 + x, \\ f_3 : \mathbb{R} &\rightarrow [3/4, \infty[; & x &\mapsto (x-1)^2 + x, \\ f_4 : [1/2, \infty[&\rightarrow [3/4, \infty[; & x &\mapsto (x-1)^2 + x. \end{aligned}$$

Überprüfen Sie die Funktionen f_1 , f_2 , f_3 und f_4 auf Injektivität, Surjektivität und Bijektivität.

Aufgabe 2: Seien

$$\begin{aligned} f : \mathbb{R} &\rightarrow \mathbb{R}; & x &\mapsto x + \sqrt{3}, \\ g : \mathbb{Q} &\rightarrow \mathbb{R}; & x &\mapsto x + \sqrt{2}, \\ h : \mathbb{Q} &\rightarrow \mathbb{Q}; & x &\mapsto x + 1. \end{aligned}$$

Welche der Kompositionen $f \circ g \circ h$, $f \circ h \circ g$ und $g \circ f \circ h$ machen Sinn? Berechnen Sie alle sinnvollen Kompositionen.

Hinweis: $\sqrt{2}, \sqrt{3} \notin \mathbb{Q}$.

Aufgabe 3: Es seien $f : X \rightarrow Y$ eine Abbildung. Für $x_1, x_2 \in X$ schreibe $x_1 \sim x_2$ genau dann wenn $f(x_1) = f(x_2)$ ist. Zeige:

- a) \sim ist eine Äquivalenzrelation auf X .
- b) Für jedes $x \in X$ gilt: $[x]_{\sim} = f^{-1}(\{f(x)\})$.