Tutorium 9 zu Analysis und Lineare Algebra I

Aufgabe 1:
Es sei V ein $\mathbb{K}-$Vektorraum mit Skalarprodukt $\langle \cdot, \cdot \rangle$. Zeige: Sind $(x_n)_{n\in\mathbb{N}}$ und $(y_n)_{n\in\mathbb{N}}$ konvergente Folgen in V mit $x = \lim_{n\to\infty} x_n$ und $y = \lim_{n\to\infty} y_n$, dann ist $(\langle x_n, y_n \rangle)_{n\in\mathbb{N}}$ eine konvergente Folge in $\mathbb{K}$ mit

$$\langle x, y \rangle = \lim_{n\to\infty} \langle x_n, y_n \rangle$$

Aufgabe 2:
Zeige, daß für die reelle Folge

$$(x_n)_{n\in\mathbb{N}} = \left(\frac{(-1)^n n^3 + 2n - 1}{n^3 + n^2 + 2} \right)_{n\in\mathbb{N}}$$

Limesinferior und Limessuperior existieren und bestimme diese.

Aufgabe 3:
Bestimme alle Häufungswerte der komplexen Folge $(z_n)_{n\in\mathbb{N}} = (i^n + \frac{1}{2^n})_{n\in\mathbb{N}}$.