Tutorium 2 zu Analysis und Lineare Algebra I

Aufgabe 1: Es seien $f : X \to Y$ eine Abbildung. Für $x_1, x_2 \in X$ schreibe $x_1 \sim x_2$ genau dann wenn $f(x_1) = f(x_2)$ ist. Zeige:

a) $\sim$ ist eine Äquivalenzrelation auf X.

b) Für jedes $x \in X$ gilt: $[x]_\sim = f^{-1}(\{f(x)\})$.

c) f ist genau dann injektiv, wenn für alle $x \in X$ gilt: $[x]_\sim = \{x\}$.

Aufgabe 2: Es sei $\emptyset \neq I$ eine Menge und X_i sei für alle $i \in I$ eine Menge. Für $i, j \in I$ schreibe $X_i \sim X_j$ genau dann wenn es eine bijektive Abbildung $f : X_i \to X_j$ gibt. Zeige

- $\sim$ definiert eine Äquivalenzrelation auf $\{X_i : i \in I\}$.
- Es sei nun $I = \{1, 2, 3, 4\}$ und $X_1 = \{\diamond, 7, 0\}$, $X_2 = \{\heartsuit, \diamond\}$, $X_3 = \{\bullet\}$, $X_4 = \{\triangle, \square, 5\}$. Was sind die Äquivalenzklassen $[X_j]_\sim$, $j = 1, 2, 3, 4$.

Aufgabe 3: Es sei $f : X \to Y$ eine Funktion. Zeige die Äquivalenz von

a) f ist surjektiv.

b) Für alle Mengen Z und für alle Funktionen $g : Y \to Z$ und $h : Y \to Z$ gilt: Aus $g \circ f = h \circ f$ folgt $g = h$.