Mathematisches Institut der Universität München 23.12.2021

Tutorium 10 zu Analysis und Lineare Algebra I

Aufgabe 1: Finde ein Beispiel für Folgen in $\widehat{\mathbb{R}}$, die zeigen, daß eine mit der Konvergenz von Folgen verträgliche Definition von $\infty \cdot 0$ in $\widehat{\mathbb{R}}$ nicht möglich ist.

Aufgabe 2: Gib von den Folgen

a) $x_n := \dfrac{(-1)^n n^5 + 3n^2 + 1}{n^4 + 1}$

b) $x_n := \sqrt[2n]{(2n)!}$

falls es existiert den $\limsup\limits_{n\to\infty} x_n$ und $\liminf\limits_{n\to\infty} x_n$ und sonst den $\overline{\lim\limits_{n\to\infty}}\, x_n$ und $\underline{\lim\limits_{n\to\infty}}\, x_n$ an.

Aufgabe 3:

a) Zeige, daß die Reihe $\left(\sum\limits_{k=1}^{n} \dfrac{2k+1}{k^2(k+1)^2}\right)_{n\in\mathbb{N}}$ konvergiert und bestimme $\sum\limits_{k=1}^{\infty} \dfrac{2k+1}{k^2(k+1)^2}$.

b) Zeige, daß die Reihe $\left(\sum\limits_{k=1}^{n} \dfrac{(-1)^k}{k}\right)_{n\in\mathbb{N}}$ konvergiert und bestimme $\sum\limits_{k=1}^{\infty} \dfrac{(-1)^k}{k}$ bis auf einen Fehler $\leq \dfrac{1}{1000}$.