

Ernstfalltest zum Staatsexamen: Analysis

Aufgabe 19: (F11T1A2)

Bestimmen Sie alle reellen Lösungen der Differentialgleichung

$$y'' + 3y' = e^{4t}$$

Aufgabe 20: (H12T1A2) Sei

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \in M_2(\mathbb{R}).$$

Geben Sie ein Fundamentalsystem reeller Lösungen des linearen Differentialgleichungssystems

$$\dot{y} = Ay$$

an und untersuchen Sie, ob es stabile Lösungen besitzt. Berechnen Sie auch die Lösung, die der Anfangsbedingung $y(0) = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix}$ genügt und begründen Sie, warum diese Lösung eindeutig ist.

Aufgabe 21: (H20T1A4)

Gegeben sei die reelle 2×2 -Matrix

$$A := \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 4 & -3 \end{pmatrix}.$$

- a) Bestimmen Sie ein reelles Fundamentalsystem der Differentialgleichung $\dot{x} = Ax$.
- b) Bestimmen Sie die Lösung des Anfangswertproblems $\dot{x} = Ax, x(0) = \begin{pmatrix} -5 \\ 6 \end{pmatrix}$.