

Ernstfalltest zum Staatsexamen: Analysis**Aufgabe 16:** (F14T3A5)

Es seien $A := \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ und $b(t) := \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$, $t \in \mathbb{R}$.

- Berechnen Sie ein Fundamentalsystem für die Differentialgleichung $\dot{x} = Ax$.
- Berechnen Sie die Lösung des Anfangswertproblems $\dot{x} = Ax + b(t)$, $x(0) = 0$.

Aufgabe 17: (H11T1A4) Berechnen Sie die Lösung des Anfangswertproblems

$$\dot{x}(t) = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} x(t) + \begin{pmatrix} -4 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix} e^t, \quad x(0) = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 18: (F10T3A1)

Man bestimme alle Lösungen des Systems von Differentialgleichungen

$$\dot{x} = \begin{pmatrix} -1 & 1 & -2 \\ 0 & -1 & 4 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} x.$$

Hat das System eine stabile oder eine asymptotisch stabile Gleichgewichtslösung?