

Ernstfalltest zum Staatsexamen: Analysis

Aufgabe 13: (F07T3A5)

Man bestimme ein Fundamentalsystem von Lösungen des Differentialgleichungssystems

$$\dot{x} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 3 \end{pmatrix} x$$

Aufgabe 14: (F06T1A5) Gegeben sei die reelle Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -\beta & 0 & 0 \\ \beta & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\gamma \\ 0 & 0 & \gamma & 0 \end{pmatrix}$$

mit $\beta, \gamma \neq 0$. Man zeige: Genau dann sind sämtliche Lösungen des homogenen linearen Differentialgleichungssystems $x' = Ax$ periodisch, wenn $\frac{\beta}{\gamma}$ rational ist.

Aufgabe 15: (H05T1A2) Sei

$$A := \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{pmatrix}. \tag{1}$$

Bestimmen Sie alle Lösungen der Differentialgleichung

$$x' = Ax \quad \text{mit} \quad \lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = 0 \tag{2}$$