Mathematisches Institut der Universität München 2.12.2021

Übungsblatt 7 zu Analysis und Lineare Algebra I

Aufgabe 25: (10 Punkte)
Skizziere die folgenden Teilmengen von $\mathbb{C}$:

a) $U := \{z \in \mathbb{C} : (z-1+2i)\overline{(z-1+2i)} \leq 1, \mathrm{Re}\,(z) + \mathrm{Im}\,(z) \leq -1\}$

b) $V := \{z \in \mathbb{C} : \mathrm{Re}\,(z) + 2\mathrm{Im}\,(z) \geq 1, \mathrm{Im}\,(z) > \mathrm{Re}\,(z), z\overline{z} \leq 1\}$.

Aufgabe 26 (10 Punkte)
Untersuche die Folgen auf Konvergenz und berechne gegebenenfalls den Grenzwert:

a) $x_n := \dfrac{n^3 + 2n^2 - (-1)^n}{n^3 + n + 1}$.

b) $y_n := \dfrac{(-1)^n n!}{n^n + 1}$.

c) $z_n := \left(1 - \dfrac{1}{n^2}\right)^n$.

Aufgabe 27: (10 Punkte)
Es sei (X, d) ein metrischer Raum und $(x_n)_{n\in\mathbb{N}}$ eine Folge in X. Zeige:

a) Sind die Teilfolgen $(x_{2n})_{n\in\mathbb{N}}$ und $(x_{2n+1})_{n\in\mathbb{N}}$ konvergent mit $\lim\limits_{n\to\infty} x_{2n} = x = \lim\limits_{n\to\infty} x_{2n+1}$, dann konvergiert die Folge $(x_n)_{n\in\mathbb{N}}$ mit $x = \lim\limits_{n\to\infty} x_n$.

b) Sind die Teilfolgen $(x_{2n})_{n\in\mathbb{N}}$, $(x_{2n+1})_{n\in\mathbb{N}}$ und $(x_{11n})_{n\in\mathbb{N}}$ konvergent, dann konvergiert die Folge $(x_n)_{n\in\mathbb{N}}$.

c) Gib ein Beispiel einer Folge $(x_n)_{n\in\mathbb{N}}$ in $\mathbb{R}$ an, so daß für jedes $k \in \mathbb{N}$, $k \geq 2$ die Teilfolgen $(x_{kn})_{n\in\mathbb{N}}$ konvergieren, aber $(x_n)_{n\in\mathbb{N}}$ nicht konvergiert.

Aufgabe 28: (10 Punkte)
Schreibe als Dezimalbruch

a) $\frac{1}{9}$

b) $\frac{1}{7}$

c) $\frac{2}{11}$

Lösungen in Zweier- / Dreiergruppen anfertigen und je Gruppe eine Lösung abgeben. Abgabe bis Donnerstag 9.12.2021, 10 Uhr – diesmal nur über Uni2work