Mathematisches Institut der Universität München 11.11.2021

# Übungsblatt 4 zu Analysis und Lineare Algebra I

**Aufgabe 13: (10 Punkte)**
Zeige: Ist $X_n$ eine Menge mit $n$ Elementen, dann ist

$$\{(Y,Z) \in \mathcal{P}(X_n) \times \mathcal{P}(X_n) : Y \cap Z = \emptyset\} =: M_n$$

eine Menge mit $3^n$ Elementen.

**Aufgabe 14: (10 Punkte)**
Zeige:

a) Für alle $n \in \mathbb{N}$ ist

$$\sum_{k=0}^{n} (-1)^k \binom{n}{k} = 0$$

b) Die Anzahl aller Teilmengen von $\{1, ..., n\}$ mit einer geraden Zahl von Elementen und die Anzahl aller Teilmengen von $\{1, ..., n\}$ mit einer ungeraden Zahl von Elementen ist gleich und zwar $2^{n-1}$.

**Aufgabe 15: (10 Punkte)**
Zeige durch vollständige Induktion, dass

a) für alle $n \in \mathbb{N}$ mit $n \geq 6$ die Ungleichung $n! < (\frac{n}{2})^n$ gilt.

b) für $n, k \in \mathbb{N}_0 := \mathbb{N} \cup \{0\}$ mit $k \leq n$ gilt, daß

$$\frac{(n+1)!}{(n-k)!(k+1)!} = \sum_{m=k}^{n} \frac{m!}{(m-k)!k!}$$

**Aufgabe 16: (10 Punkte)**
Es sei $M$ eine unendliche Menge. Zeige, daß es eine injektive Abbildung $f : M \to M$ gibt, die nicht surjektiv ist und daß es eine surjektive Abbildung $g : M \to M$ gibt, die nicht injektiv ist.

**Lösungen in Zweier- / Dreiergruppen anfertigen und je Gruppe eine Lösung abgeben. Abgabe bis Donnerstag 18.11.2018, 10 Uhr – vor der Vorlesung oder im Übungskasten vor der Bibiliothek, Theresienstraße 1. Stock oder über Uni2work**