

Übungsblatt 10 zu Analysis und Lineare Algebra I

Aufgabe 37: (10 Punkte)

Es seien $a \in \mathbb{C}$ und $b \in \mathbb{C} \setminus \{a\}$. Bestimme die Potenzreihenentwicklung von $\frac{1}{z-a}$ zum Entwicklungspunkt b , gib deren Konvergenzradius an und bestimme in welchen Punkten $z \in \mathbb{C}$ die Potenzreihe konvergiert bzw. nicht konvergiert.

Aufgabe 38: (10 Punkte)

Berechne für jedes $a \in \mathbb{C} \setminus \{1, 2\}$ die Potenzreihenentwicklung von $\frac{1}{(z-1)(z-2)}$ um a , bestimme davon den Konvergenzradius und bestimme alle Punkte in $\mathbb{C} \setminus \{1, 2\}$, in denen diese Potenzreihe konvergiert.

Aufgabe 39: (15 Punkte)

Bestimme den Konvergenzradius der Potenzreihen

a) $\left(\sum_{k=1}^n \left(9 + \frac{12}{k} + \frac{4}{k^2} \right)^{\frac{1}{2}} z^k \right)_{n \in \mathbb{N}}$

b) $\left(\sum_{k=1}^n \left(9 + \frac{12}{k} + \frac{4}{k^2} \right)^{\frac{k}{2}} z^k \right)_{n \in \mathbb{N}}$

c) $\left(\sum_{k=1}^n \left(9 + \frac{12}{k} + \frac{4}{k^2} \right)^{\frac{k^2}{2}} z^k \right)_{n \in \mathbb{N}}$

d) $\left(\sum_{k=1}^n \frac{(-4)^k}{(2k)!} z^k \right)_{n \in \mathbb{N}}$

Aufgabe 40: (15 Punkte)

Es sei $(X, \|\cdot\|)$ ein \mathbb{C} -Banachraum, $a \in \mathbb{C}$ und $(c_n)_{n \in \mathbb{N}_0}$ eine Folge in X mit

$$0 < \underline{\lim}_{n \rightarrow \infty} \|c_n\| \leq \overline{\lim}_{n \rightarrow \infty} \|c_n\| < \infty.$$

Zeige, daß die Potenzreihe $\left(\sum_{n=0}^N c_n (z-a)^n \right)_{N \in \mathbb{N}_0}$ Konvergenzradius $\rho = 1$ besitzt. Was läßt sich in den Fällen

$$0 = \underline{\lim}_{n \rightarrow \infty} \|c_n\| \leq \overline{\lim}_{n \rightarrow \infty} \|c_n\| < \infty$$

bzw.

$$0 < \underline{\lim}_{n \rightarrow \infty} \|c_n\| < \overline{\lim}_{n \rightarrow \infty} \|c_n\| = \infty$$

noch über den Konvergenzradius ρ aussagen?

Lösungen in Zweier- / Dreiergruppen anfertigen und je Gruppe eine Lösung abgeben. Abgabe bis Donnerstag 20.1.2022, 10 Uhr – über Uni2work