



Priv.-Doz. Dr. Heribert Zenk  
Leon Bollmann

Mathematik für Naturwissenschaftler 1

WiSe 2021/22

## Übungsblatt 2

### Aufgabe 1: (15 Punkte)

Im folgenden seien  $X := \mathbb{R}^2$ ,  $X_1 := [0, 4] \times [0, 4]$ ,  $X_2 := [2, 6] \times [2, 6]$  und  $X_3 := [3, 5] \times [2, 4]$ . Schreiben Sie folgende Mengen als kartesische Produkte von Intervallen:

- $\bigcap_{i \in I} X_i$ , für  $I = \{1, 2\}$ .
- $\bigcap_{j \in J} X_j$  und  $\bigcup_{j \in J} X_j$  für  $J = \{2, 3\}$ .
- $\bigcap_{k \in K} X_k$ , für  $K = \{1, 2, 3\}$ .

Sei nun die Funktion  $f$  gegeben durch  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  .  
 $(x, y) \mapsto x - y$

- Bestimmen Sie  $f(X_1)$ .
- Gibt es eine Menge  $Y \subseteq \mathbb{R}$ , sodass  $X_1 = f^{-1}(Y)$ ? Begründen Sie ihre Antwort.

### Aufgabe 2: (10 Punkte)

- Ist die Funktion  $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$  surjektiv? Begründen Sie ihre Antwort.  
 $m \mapsto m + 1$
- Ist die Funktion  $g : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$  surjektiv? Begründen Sie ihre Antwort.  
 $m \mapsto m + 1$
- Zeigen Sie, dass die Funktion  $h : [0, \infty[ \rightarrow [0, 1[$  bijektiv ist.  
 $x \mapsto \frac{x}{1+x}$

Hinweis: Raten Sie eine Umkehrfunktion und zeigen Sie, dass dies die richtige Umkehrfunktion ist.

### Aufgabe 3: (5 Punkte)

Sei  $f : X \rightarrow Y$  eine bijektive Funktion mit Umkehrfunktion  $f^{-1}$ . Weiter sei  $y \in Y$ . Zeigen Sie

$$\{f^{-1}(y)\} = f^{-1}(\{y\}).$$

Abgabe je Zweier-/Dreiergruppe eine Lösung bis Mittwoch 10.11.2021, 14 Uhr – vor der Übung, im Übungskasten (Theresienstraße 1. Stock) oder über Uni2work.