

Ernstfalltest zum Staatsexamen: Analysis

Aufgabe 7: (H11T3A3)

Sei $F : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$
 $(t, x) \mapsto e^{x^2 t^2} + t^2$.

- Berechnen Sie die partiellen Ableitungen von F .
- Bestimmen Sie zu $x_0 \in \mathbb{R}$ alle Lösungen von

$$xt^2 x' + t(x^2 + e^{-x^2 t^2}) = 0, \quad x(1) = x_0.$$

- Zeigen Sie, daß jede Lösung aus (b) maximal auf einem beschränkten Zeitintervall existiert und geben Sie das Randverhalten der Lösungen an.

Aufgabe 8: (H11T2A4)

- Lösen Sie das Anfangswertproblem

$$y'(t) = e^{y(t)} t^3, \quad y(0) = y_0.$$

Gibt es Anfangswerte $y_0 \in \mathbb{R}$, so daß die Lösung auf ganz \mathbb{R} existiert?

- Bestimmen Sie die Lösung des Anfangswertproblems

$$y'(t) - 3y(t) = te^{4t}, \quad y(1) = 2.$$

Aufgabe 9: (H09T1A1)

Für die Differentialgleichung $u'(x) = \sqrt{1 - u(x)^2}$ bestimmen Sie jeweils alle Lösungen $u : [0, \infty[\rightarrow \mathbb{R}$ zu den Anfangswerten

- $u(0) = 1$
- $u(0) = -1$.