

## Ernstfalltest zum Staatsexamen: Analysis

### Aufgabe 7: (H11T3A3)

Sei  $F : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  .  
 $(t, x) \mapsto e^{x^2 t^2} + t^2$

- Berechnen Sie die partiellen Ableitungen von  $F$ .
- Bestimmen Sie zu  $x_0 \in \mathbb{R}$  alle Lösungen von

$$xt^2 x' + t(x^2 + e^{-x^2 t^2}) = 0, \quad x(1) = x_0.$$

- Zeigen Sie, daß jede Lösung aus (b) maximal auf einem beschränkten Zeitintervall existiert und geben Sie das Randverhalten der Lösungen an.

### Aufgabe 8: (H11T2A4)

- Lösen Sie das Anfangswertproblem

$$y'(t) = e^{y(t)} t^3, \quad y(0) = y_0.$$

Gibt es Anfangswerte  $y_0 \in \mathbb{R}$ , so daß die Lösung auf ganz  $\mathbb{R}$  existiert?

- Bestimmen Sie die Lösung des Anfangswertproblems

$$y'(t) - 3y(t) = te^{4t}, \quad y(1) = 2.$$

### Aufgabe 9: (H09T1A1)

Für die Differentialgleichung  $u'(x) = \sqrt{1 - u(x)^2}$  bestimmen Sie jeweils alle Lösungen  $u : [0, \infty[ \rightarrow \mathbb{R}$  zu den Anfangswerten

- $u(0) = 1$
- $u(0) = -1$ .