

Mathematik I für Physiker: Tutoriumsblatt 4

Aufgabe T4.1 Sei $n \in \mathbb{N}$. Zeige, dass

$$\sum_{i=1}^n i^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}.$$

Aufgabe T4.2 Seien $n, k \in \mathbb{N}_0$ mit $k \leq n$. Wir erinnern daran, dass $n! = \prod_{i=1}^n i$ und $\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$.

(a) Sei $[n] := \{1, \dots, n\}$ und definiere

$$\mathcal{S}_n := \left\{ f: [n] \rightarrow [n] : f \text{ ist bijektiv} \right\}$$

als die Menge der *Permutationen* auf $[n]$. Zeige, dass $|\mathcal{S}_n| = n!$.

(b) Zeige, dass die Anzahl der k -elementigen Teilmengen von $[n]$ genau $\binom{n}{k}$ ist.

Aufgabe T4.3 Zeige, dass \mathbb{Z} abzählbar ist.

Aufgabe T4.4 Es sei (X, \leq) eine totalgeordnete Menge und $\{x_1, \dots, x_n\} \subseteq X$ (mit $n \in \mathbb{N}$) eine Teilmenge von X . Zeige, dass $\max\{x_1, \dots, x_n\}$ und $\min\{x_1, \dots, x_n\}$ existieren.