

# Mathematik I für Physiker: Tutoriumsblatt 3

## Aufgabe T3.1

Behauptung: Alle Physikstudenten haben am gleichen Tag Geburtstag.

Beweis. Wir zeigen durch vollständige Induktion über  $n \in \mathbb{N}$ , dass in einer Gruppe von  $n$  Studenten alle am gleichen Tag Geburtstag haben.

Induktionsanfang (n=1): In einer Gruppe, die aus einem Studenten besteht, haben alle am gleichen Tag Geburtstag.

Induktionsschritt: Angenommen, in jeder Gruppe von  $n$  Studenten haben alle am gleichen Tag Geburtstag. Sei  $\{x_1, \dots, x_{n+1}\}$  eine Gruppe von  $n+1$  Studenten. Nach Induktionsvoraussetzung haben  $x_2, \dots, x_{n+1}$  am gleichen Tag Geburtstag. Es haben aber auch  $x_1, \dots, x_n$  am gleichen Tag Geburtstag. Also hat  $x_1$  am gleichen Tag Geburtstag wie  $x_2, \dots, x_{n+1}$ . Damit haben  $x_1, \dots, x_{n+1}$  am gleichen Tag Geburtstag und die Behauptung ist für  $n+1$  bewiesen.  $\square$

Offenbar ist die Behauptung falsch. Wo liegt das Problem in diesem Beweis?

## Aufgabe T3.2

(a) Zeige mittels vollständiger Induktion, dass

$$\prod_{i=1}^n \left(1 + \frac{2}{i}\right) = \sum_{i=1}^{n+1} i$$

für alle  $n \in \mathbb{N}$  erfüllt ist.

(b) Bestimme alle  $n \in \mathbb{N}$ , für die gilt, dass

$$7n + 3 \leq 2^n.$$

**Aufgabe T3.3** Sei  $A \subset \mathbb{R}$  und es existiere  $\inf(A)$ . Wir definieren

$$-A := \{-a : a \in A\}.$$

Beweise, dass

$$-\inf(A) = \sup(-A).$$

**Aufgabe T3.4** Die Fibonacci-Folge ist definiert als  $f_1 := 1 =: f_2$  sowie  $f_n = f_{n-1} + f_{n-2}$  für  $n \in \mathbb{N}$  mit  $n \geq 3$ . Zeige, dass

$$f_n = \frac{\Phi^n - \Psi^n}{\sqrt{5}}, \quad \text{wobei } \Phi = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \quad \text{und } \Psi = \frac{1 - \sqrt{5}}{2}.$$