

## Analysis einer Variablen (Physiker): Tutoriumsblatt 2

**Aufgabe T2.1** Sei  $M := \{a, b\}$  eine zweielementige Menge. Bestimme alle Relationen auf  $M$  und untersuche diese auf:

- (a) Reflexivität
- (b) Symmetrie
- (c) Antisymmetrie
- (d) Transitivität

Gib anschließend alle Äquivalenzrelationen, Partialordnungen sowie Totalordnungen an.

### Aufgabe T2.2

Es sei  $\emptyset \neq I$  eine Menge und  $X_i$  sei für alle  $i \in I$  eine Menge. Für  $i, j \in I$  schreibe  $X_i \sim X_j$  genau dann wenn es eine bijektive Abbildung  $f : X_i \rightarrow X_j$  gibt. Zeige

- a)  $\sim$  definiert eine Äquivalenzrelation auf  $\{X_i : i \in I\}$ .
- b) Es sei nun  $I = \{1, 2, 3, 4\}$  und  $X_1 = \{\diamond, 7, 0\}$ ,  $X_2 = \{\heartsuit, \diamond\}$ ,  $X_3 = \{\bullet\}$ ,  $X_4 = \{\triangle, \square, 5\}$ . Was sind die Äquivalenzklassen  $[X_j]_{\sim}$ ,  $j = 1, 2, 3, 4$ ?

**Aufgabe T2.3** Untersuche die beiden folgenden Abbildungen auf Injektivität, Surjektivität bzw. Bijektivität.

- (a)  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$   
 $(x, y) \mapsto x^2 + y^2 + 1$
- (b)  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$   
 $(x, y) \mapsto (x + y, x - y)$

**Aufgabe T2.4** Sei  $X_n := \{5^n k : k \in \mathbb{Z}\}$  für  $n \in \mathbb{N}$  und  $X := \{X_n : n \in \mathbb{N}\}$ . Betrachten Sie  $X$  als Teilmenge der Potenzmenge  $\mathcal{P}(\mathbb{Z})$ .

- a) Zeigen Sie, dass  $X$  durch die Mengeninklusion  $\subseteq$  zu einer total geordneten Menge wird.
- b) Bestimmen Sie, falls existent, das Infimum, Supremum, Minimum und Maximum der Menge  $X$  in  $\mathcal{P}(\mathbb{Z})$ .