

## Analysis einer Variablen (LAG): Tutoriumsblatt 7

**Aufgabe T7.1** Untersuchen Sie die Folgen  $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ ,  $(b_n)_{n \in \mathbb{N}}$  und  $(c_n)_{n \in \mathbb{N}}$  auf Konvergenz, wobei

$$a_n := \frac{3n^2 + 13n}{n^2 - 2}, \quad b_n := \frac{n}{n+1}, \quad c_n := (-1)^{2n} - 0,5(-1)^{3n}.$$

**Aufgabe T7.2** Seien  $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$  und  $(b_n)_{n \in \mathbb{N}}$  konvergente Folgen in  $\mathbb{R}$  mit  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = a$  und  $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n = b$ . Beweise, dass  $\lim_{n \rightarrow \infty} \max\{a_n, b_n\} = \max\{a, b\}$  gilt. Kann diese Aussage auf Folgen in  $\mathbb{C}$  übertragen werden?

**Aufgabe T7.3** Die reelle Folge  $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$  sei rekursiv definiert durch

$$a_1 := 0, \quad a_{n+1} := 1 - \frac{1}{2 + a_n} \quad \text{für } n \in \mathbb{N}.$$

- (a) Zeige mit Hilfe von vollständiger Induktion, dass  $0 \leq a_n \leq a_{n+1}$  für alle  $n \in \mathbb{N}$ .
- (b) Zeige, dass die Folge einen Grenzwert  $a \in \mathbb{R}$  besitzt und berechne  $a$ .

**Aufgabe T7.4** Sei  $a, b, c \in \mathbb{R}$  mit  $a \neq 0$ . Finde alle Lösungen der Gleichung

$$az^2 + bz + c = 0$$

in  $\mathbb{C}$ .